

A ESFERA ATRAVÉS DE MATRIZES COM O ROBOTSTUDIO

THE SPHERE THROUGH MATRICES WITH ROBOTSTUDIO

Gerson Bruno Pinto de Aguiar¹
Cleidinaldo Aguiar Souza²

Resumo: Neste trabalho, é proposta a aplicação da robótica educacional através do ambiente de simulação robótica, RobotStudio, onde problemas reais e atuais podem ser resolvidos utilizando matemática de nível básico. Com abordagem interdisciplinar, a representação da esfera é feita por meio de operações com matrizes e combinada com o ambiente RobotStudio. Destinado a estudantes com conhecimento matemático básico, o método evidencia a importância da criatividade matemática para atender às demandas crescentes das novas profissões. Este trabalho visa ser utilizado com a finalidade de despertar esta criatividade matemática aos estudantes e oferecer as pessoas, com prévio conhecimento matemático, uma oportunidade para que possam aperfeiçoarem suas habilidades, necessárias para as novas profissões que exigem um certo preparo matemático para um desenvolvimento preciso. Entretanto é cada vez mais evidente a necessidade da utilização de ferramentas tecnológicas no ambiente de ensino e aprendizagem escolar, facilitando, despertando o interesse e motivando os estudantes quanto aos conteúdos de matemática da educação básica. Além de introduzir o ambiente RobotStudio, o estudo propõe uma nova abordagem para a teoria de matrizes, demonstrando como ela pode ser aplicada na representação de figuras geométricas por meio de operações matriciais.

Palavras-chave: esfera; matrizes; robótica educacional; simulador; ensino.

Abstract: In this work, the application of educational robotics through the RobotStudio robotic simulation environment is proposed, where real and current problems can be solved using basic-level mathematics. With an interdisciplinary approach, the representation of the sphere is achieved through matrix operations combined with the RobotStudio environment. Targeted at students with basic mathematical knowledge, the method emphasizes the importance of mathematical creativity to meet the growing demands of new professions. This work aims to be used to awaken this mathematical creativity in students and offer individuals with prior mathematical knowledge an opportunity to enhance their skills, necessary for professions that require a certain level of mathematical preparation for precise development. However, the need for the use of technological tools in the school environment is increasingly evident, facilitating, sparking interest, and motivating students regarding the contents of basic education mathematics. In addition to introducing the RobotStudio environment, the study proposes a new approach to matrix theory, demonstrating how it can be applied to the representation of geometric figures through matrix operations.

Keywords: sphere; matrices; educational robotic; simulator; teaching.

1 - Secretaria de Educação de Timon, Timon, MA, Brasil. Mestre em Matemática pelo Programa de Pós-Graduação Profissional da Universidade Federal do Piauí-PROFMAT/UFPI. Atualmente é professor da SEMED\TIMON-MA, Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5551797100953452>. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8983-8496>. Email: gersonbrunoaguiar@gmail.com

2 - Universidade Federal do Piauí, Teresina, PI, Brasil. Doutor em Matemática pela Universidade de São Paulo. Atualmente é professor da Universidade Federal do Piauí – UFPI e membro permanente do Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática - PROFMAT. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9477685893467799>. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5419-4558>. Email: aguiarnaldo@ufpi.edu.br

Introdução

A robótica educacional é uma tecnologia multidisciplinar em expansão com uma proposta inovadora de criar um ambiente de aprendizagem nas escolas totalmente diferente. A robótica educacional já vem se tornando popular nas salas de aulas, servindo como um apoio ao ensino de ciências, tecnologia, engenharia e matemática. Um dos motivos para este crescimento é a necessidade em adquirir novas habilidades para a nova era industrial. A nova indústria, chamada de indústria 4.0, necessita de alunos capazes de enfrentar cenários que não são encontrados nas salas de aulas tradicionais.

Na visão de Forsström e Kaufmann (2018), uma série de novas tecnologias estão fundindo os mundos físicos, digitais e biológicos, influenciando todas as disciplinas, economias e indústrias. Bers e Sullivan (2016) argumentam que embora as crianças de hoje estejam crescendo em um ambiente cada vez mais digital, o currículo escolar nem sempre se concentra em explorar o ambiente digital.

De uma certa forma o uso de robôs em sala de aula envolve uma grande interação entre estudantes, professores e tecnologia. Em toda educação básica podemos utilizar robôs como ferramenta educacional. Gleason (2018), argumenta que cada elemento presente no planeta está sendo forçado a se adaptar a um quadro acelerado e competitivo em várias áreas, inclusive a educação. Salas de aula inovadoras que integram novas tecnologias para melhorar o desempenho dos alunos são cada vez mais necessárias no processo de ensino e aprendizagem.

Vários países já vêm desenvolvendo ambientes em que a robótica educacional possa ser utilizada em sala de aula, como por exemplo: Taiwan (CHEN e LIN, 2019), Estados Unidos (GONZALEZ e KUENZI, 2012), Suíça (HINOJO-LUCENA et al., 2020), Japão (YATA et al., 2020) e muitos outros.

Professores, pesquisadores e empresas estão caminhando em conjunto para criarem um novo ambiente de aprendizagem nas escolas, incluindo a robótica como ferramenta educacional. Existem algumas plataformas robóticas educacionais, e as mais populares são as seguintes: AlphaBot2, Lego Ev3, Dash&Dot, Edison, EUROPA, Ranger, Mbot, ThymioII. Existem ainda simuladores robóticos voltados para a indústria 4.0 que embora não sejam plataformas educacionais podem ser facilmente adaptadas para esta finalidade, como por exemplo: CoppeliaSim e RobotStudio.

Neste trabalho utilizaremos o simulador robótico RobotStudio, no processo de ensino de matemática, apresentando uma proposta que pode ser trabalhar em sala de aula, podendo melhorar a noção abstrata sobre a teoria de matrizes, quando combinada com geometria e robótica. Ou seja, a proposta didática permite resolvermos um problema do mundo real combinando estas ferramentas. Este trabalho está organizado da seguinte maneira: a seção 1 é formada por esta breve introdução; na seção 2 apresentamos o ambiente de simulação RobotStudio; na seção 3 através de operações com matrizes, descreveremos os lugares geométricos sobre uma esfera, e daremos uma funcionalidade para o robô, trabalhando diretamente com problema do mundo real; a seção 4 é dedicada para a conclusão do trabalho.

RobotStudio

O simulador RobotStudio é baseado no controle virtual ABB (ABB VirtualController), ele é uma cópia do software real que executa os robôs da ABB (Asea Brown Boveri). O programa permite fazer simulações realistas, como as que são feitas com os robôs da ABB. O programa precisa de licença, mas existem versões com licença livre para instituições de ensino.

Um robô ABB pode ser programado de diversas maneiras: através do teach-pendant, através do RAPID que é a linguagem do RobotStudio, ou através do RobotStudio no espaço tridimensional.

Utilizaremos o braço robótico irb 120 e exploraremos sua funcionalidade através do produto de matrizes de ordem 3 por uma matriz coluna, desta forma apresentamos uma maneira de resolver um problema do mundo real, envolvendo geometria. Mais precisamente, utilizaremos produto de matrizes para localizar pontos sobre uma esfera. Assim, através de matrizes podemos planejar e executar os movimentos do robô com uma boa precisão. Para que a tarefa seja executada com um nível de precisão mais elevada, necessitamos de um conhecimento prévio sobre a atividade.

A Esfera Através de Matrizes com o RobotStudio

Recentemente Aguiar e Souza (2022), apresentaram uma alternativa para o problema de representar o lugar geométrico que representa uma esfera utilizando apenas operações com matrizes. Assim, partindo do trabalho dos autores conseguimos caracterizar todos os pontos ao longo de uma esfera, através de matrizes. Mais precisamente, seguindo a mesma notação apresentada no trabalho de Aguiar e Souza (2022), sejam uma circunferência com centro sobre a origem representada através da matriz transposta e raio . Girando-se a semicircunferência contida em , em torno do eixo horizontal, que contém o segmento de reta que representa o diâmetro de , obtemos uma esfera de raio r , que denotaremos por .

Fixando um ponto Q_0 sobre a esfera , segue-se por (Aguiar; Souza, (2022), p. 97) que a esfera é dada através do produto de matrizes da seguinte maneira:

$$\mathcal{E}_r = \{A \cdot Q_0 : A \cdot A^t = I_3\} \quad (1)$$

O recurso pedagógico adotado será o construtivismo, tendência que estimula aos alunos participarem ativamente do processo de aprendizagem (PAPERT, 2020). Para isto, suponhamos a seguinte situação em que o irb 120 tenha que executar uma tarefa, por exemplo solda, pintura, transporte de peças etc., ao longo do percurso preestabelecido sobre uma superfície de uma esfera, como ilustra a Figura 1.

Figura 1. Trajetória sobre uma esfera



Fonte: os autores.

Para que o movimento seja realizado de modo preciso, necessitamos determinar o lugar geométrico por onde a garra do irb 120 deve passar. Neste trabalho não levaremos em consideração a garra específica que será utilizada. Um problema como este apresentado a um estudante com um conhecimento aprofundado em álgebra linear, ou geometria analítica, ou cálculo diferencial e integral, seria facilmente solucionado devido sua maturidade matemática. Porém, para pessoas que possuem apenas conhecimento básico em matemática, ou seja, estudantes da educação básica esta criatividade matemática não é tão natural assim, por falta de ferramentas matemática.

Agora, a partir do momento que apresentamos a esfera escrita através da eq (1), utilizando produto de matrizes, fornecemos condições para que esta criatividade apareça. Na verdade, estamos utilizando a aprendizagem significativa. Segundo Ausubel (1963), a aprendizagem significa permite que os estudantes relacionem conhecimentos novos a conhecimentos prévios relevantes em sua estrutura cognitiva desenvolvendo a aprendizagem interdisciplinar. A robótica educacional faz bem este papel.

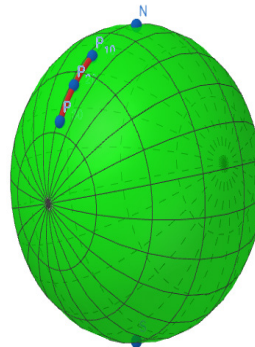
Partindo da representação acima, inicialmente imaginamos uma esfera que contenha a superfície que será trabalhada pelo irb 120, ou seja, uma esfera de raio medindo 600 milímetros, considerado a partir da base do irb 120. Denotaremos os polos norte e sul sobre a esfera através das matrizes colunas com valores em milímetros, $N = [0 \ 0 \ 600]^t$ e $S = [0 \ 0 \ -600]^t$, respectivamente. Seguindo a notação do joystick do irb 120, as extremidades dos arcos sobre a esfera que serão trabalhados pelo robô, denotaremos por $P_{10}, P_{20}, P_{30}, P_{40}, P_{50}, P_{60}, P_{70}, P_{80}$.

A criatividade matemática aqui necessária é encontrar estes pontos acima, e então adicionar estas informações ao joystick do robô. Estimularemos esta criatividade, para isto, consideramos quatro atividades, em que o professor responsável pela turma pode trabalhar estas quatro atividades no laboratório de matemática, com um grupo de 20 alunos. Após a apresentação do simulador robótico, e trabalhar a maneira de representa a esfera por meio de operações como matrizes, dada na eq (1), o professor pode dividir a turma em quatro grupos de 5 alunos para cada atividade.

Atividade 1

Nesta atividade o professor estimula os alunos a determinarem uma parte da figura que será trabalhado pelo robô, isto é, dentre os pontos que precisam ser encontrados, estimularemos os alunos a encontrarem P_{10} , P_{20} e P_{30} que são lugares geométricos que formam um arco sobre a semicircunferência com extremidades N e S, de tal modo que partindo do polo norte N, P_{10} situa-se a $\frac{1}{6}$ do polo sul; a partir de P_{10} , P_{20} situa-se a $\frac{1}{12}$ da semicircunferência em direção ao polo sul; deslocando-se, a partir de P_{20} , $\frac{1}{12}$ da semicircunferência em direção ao polo sul situa-se obtemos P_{30} , como ilustra a Figura 2.

Figura 2. Matrizes P_{10} , P_{20} e P_{30} sobre a esfera



Fonte: os autores.

Os componentes do grupo, utilizando as construções feitas no trabalho de Oliveira e Souza (2020), através do seguinte produto de matrizes

$$\begin{bmatrix} \frac{z}{600} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{-\sqrt{600^2 - z^2}}{600} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{600^2 - z^2}}{600} & 0 \\ 0 & 600 \\ \frac{z}{600} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 600 \end{bmatrix}$$

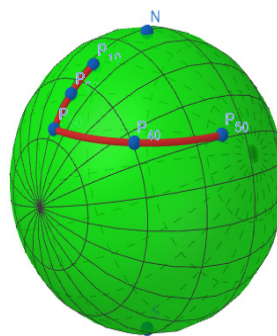
com $600 \geq z \geq -600$ conseguem sair do polo norte N e percorre toda a semicircunferência sobre a esfera $\mathcal{E}_{600}$ até chegar ao polo sul S. Em particular, $z = 300\sqrt{3}$ tomando, obtém-se a matriz coluna que representa sobre a esfera o lugar geométrico $P_{10} = [300 \ 0 \ 300\sqrt{3}]^t$. Além disso tomando, $300\sqrt{3} \geq z \geq 300\sqrt{2}$ e $300\sqrt{2} \geq z \geq 300$ e obtém-se, respectivamente, a

trajetória de P_{10} a P_{20} e P_{20} a P_{30} a através do produto de matrizes acima, ou seja, $P_{20} = [300\sqrt{2} \ 0 \ 300\sqrt{2}]^t$ e $P_{30} = [300\sqrt{3} \ 0 \ 300]^t$.

Atividade 2

Nesta atividade o professor estimula os alunos a encontrarem os pontos P_{30} , P_{40} e P_{50} que formam um arco sobre a esfera $\mathcal{E}_{600}$, tal que esse arco esteja contido em um plano horizontal, onde P_{30} é o mesmo da Atividade 1, P_{40} e P_{50} estão localizados, respectivamente, a $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ da semicircunferência pertencente a $\mathcal{E}_{600}$ que parte de P_{30} e está contida em um plano horizontal, como ilustra a Figura 3.

Figura 3. Matrizes P_{30} , P_{40} e P_{50} sobre a esfera.



Fonte: os autores.

Aqui os alunos utilizarão o produto de matrizes abaixo

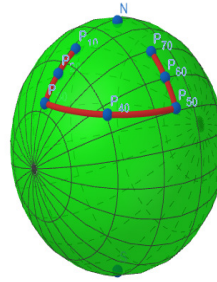
$$\begin{bmatrix} \frac{x}{300\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{(300\sqrt{3})^2 - x^2}}{300\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{\sqrt{(300\sqrt{3})^2 - x^2}}{300\sqrt{3}} & \frac{x}{300\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300\sqrt{3} \\ 0 \\ 300 \end{bmatrix}$$

com $300\sqrt{3} \geq x \geq -300\sqrt{3}$, obtendo todas as matrizes que representam os lugares geométricos ao longo da semicircunferência com extremidade inicial. Em particular, tomando, $300\sqrt{3} \geq x \geq 150\sqrt{6}$ e $150\sqrt{2} \geq x \geq 0$ no produto de matrizes acima, obtêm-se arcos que representam, respectivamente, o deslocamento de P_{30} a P_{40} e de P_{40} a P_{50} . Ou seja, $P_{40} = [150\sqrt{6} \ 150\sqrt{6} \ 300]^t$ e $P_{50} = [0 \ 300\sqrt{3} \ 300]^t$.

Atividade 3

Nesta atividade o professor estimulará os alunos a encontrarem as matrizes P_{50} , P_{60} e P_{70} pertencem a uma semicircunferência contida em $\mathcal{E}_{600}$ com extremidades S e N, tal que P_{50} é a mesma matriz coluna utilizada na Atividade 2, P_{60} encontra-se a $\frac{1}{12}$ desta semicircunferência partindo de P_{50} e P_{70} encontra-se a $\frac{1}{2}$ desta semicircunferência partindo de P_{60} , como ilustra a Figura 4.

Figura 4. Matrizes , P_{60} e P_{70} sobre a esfera.



Fonte: os autores.

Assim, os alunos utilizando o produto de matrizes

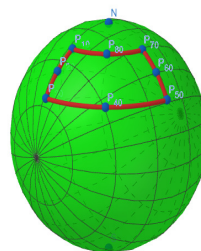
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{z}{600} & \frac{\sqrt{600^2 - z^2}}{600} \\ 0 & \frac{-\sqrt{600^2 - z^2}}{600} & \frac{z}{600} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 600 \end{bmatrix}$$

com $-600 \leq z \leq 600$, conseguem obter todas as matrizes que representam os lugares geométricos ao longo da semicircunferência com extremidade inicial N e S , como ilustra a Figura 4. Em particular, tomando, respectivamente, $300 \leq z \leq 300\sqrt{2}$ e $300\sqrt{2} \leq z \leq 300\sqrt{3}$ no produto de matrizes acima, obtêm-se os arcos que representam o deslocamento de P_{50} a P_{60} e P_{60} a P_{70} . Ou seja, $P_{60} = [0 \quad 300\sqrt{2} \quad 300\sqrt{2}]^t$ e $P_{70} = [0 \quad 300 \quad 300\sqrt{3}]^t$.

Atividade 4

Nesta última atividade os alunos ficarão responsáveis por finalizar o espaço de trabalho do braço robótico. Ou seja, encontrarão as matrizes, P_{70} , P_{80} e P_{10} que representam lugares geométricos que formam um arco sobre uma semicircunferência contida em $\mathcal{E}_r$ e também em um plano horizontal, onde P_{70} e P_{10} são dados através das Atividades 1 e 3, e P_{80} encontra-se a $\frac{1}{4}$ da dessa semicircunferência partindo de P_{70} , como ilustra a Figura 5.

Figura 5. Identificação de todas as matrizes sobre a esfera.



Fonte: os autores.

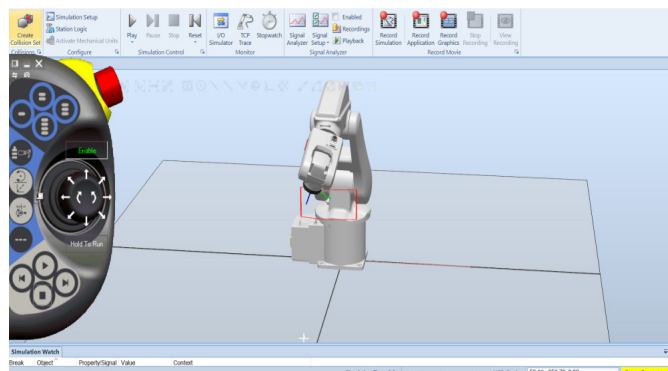
Segue-se que os alunos através do produto de matrizes

$$\begin{bmatrix} \frac{y}{300} & 0 & \frac{\sqrt{(300)^2 - y^2}}{300} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{(300)^2 - y^2}}{300} & 0 & \frac{y}{300} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 0 \\ 300\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

com $300 \geq y \geq -300$ conseguem obter todas as matrizes que representam os lugares geométricos ao longo da semicircunferência com extremidade inicial P_{70} . Em particular, tomando ~~$300\sqrt{2} \geq y \geq 0$~~ e $300\sqrt{2} \geq y \geq 0$ no produto de matrizes acima, obtém-se os arcos que representam o deslocamento, respectivamente, de P_{70} a P_{80} e de P_{80} a P_{10} . Logo obtém-se $P_{80} = [300\sqrt{2} \quad 300\sqrt{2} \quad 300\sqrt{3}]^t$.

Finalmente o professor atribui as matrizes coluna, encontradas pelos alunos, P_{10} , P_{20} , P_{30} , P_{40} , P_{50} , P_{60} , P_{70} e P_{80} ao teach-pendant, e utilizando o comando move], consegue ensinar ao irb 120 executar a tarefa ilustrada na Figura 6,

Figura 6. irb 120 executando a tarefa



Fonte: os autores.

e todo o processo concorda com o desejado, ilustrado na Figura 1.

Conclusão

Neste trabalho, através do ambiente de simulação RobotStudio conseguimos uma interdisciplinaridade envolvendo matemática. Mais precisamente, apresentamos uma maneira de trabalhar a teoria de matrizes em conjunto com a noção de esfera; o que fornece condições para uma melhor compreensão da teoria de matrizes, além de apresentar uma outra maneira de trabalhar com geometria. Assim, obtemos uma importante ferramenta que permite a fixação da teoria de matrizes, além de despertar a criatividade matemática necessária para as novas profissões

Em todo o trabalho não consideramos a tarefa específica que está sendo trabalhada, isto afeta diretamente o bom funcionamento do robô. Caso isso seja considerado, e a medida que mais matrizes que representam o percurso do braço robótico sejam conhecidas, mais preciso torna-se o trabalho que está sendo executado.

Referências

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. Grune & Stratton 1963.

AGUIAR, G. B. P. de.; SOUZA, C. A. **Pragmatismo Matemático: matrizes**. Teresina-PI: EDUFPI, 2022. Disponível em https://www.ufpi.br/arquivos_download/arquivos/EDUFPI/Livro_Pragmatismo_Matem%C3%A1tico_2.pdf. Acessado em: 20 mai. 2023.

BERS, M. U.; SULLIVAN, A. **Robotics in the early childhood classroom: learning outcomes from an 8-week robotics curriculum in pre-kindergarten through second grade**. International Journal of Technology and Design Education, v. 26, n. 1, p. 3-20, 2016. Disponível em: <<http://ase.tufts.edu/devtech/publications/robotics%20paper.pdf>> Acessado em: 10 abr. 2022.

CHEN, C. S.; LIN, J. W. **A Practical Action Research Study of the Impact of Maker-Centered STEM-PjBL on a Rural Middle School in Taiwan**. International Journal of Science and Mathematics Education, v. 17, n. 1, p. 85-108, 2019.

FORSSTRÖM, S. E.; KAUFMANN, O. T. **A literature review exploring the use of programming in mathematics education**. International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, v. 17, n. 12, p. 18-32, 2018. Disponível em: <https://hiof.brage.unit.no/hiof-xmlui/handle/11250/2599710> Acessado em: 18 mar. 2022.

GLEASON, N. W. **Higher education in the era of the fourth industrial revolution**. Springer Nature, 2018.

GONZALEZ, H. B. and KUENZL, J. **Science, technology, engineering, and mathematics (STEM): A Primer**. Congressional Research Service, August, p. 1-15, 2012.

HINOJO-LUCENA, F. J., et al. **Scientific Performance and Mapping of the Term STEM in Education on the Web of Science**. Sustainability, v. 12, n. 6, p. 2279, 2020.

OLIVEIRA, M. F.; SOUZA, C. A. **A Circunferência de Centro na Origem como Produto de Matrizes**. Professor de Matemática online-PMO, p 535-550. 2020. Disponível em <<https://pmo.sbm.org.br/download/211/?tmstv=1686838798>>

PAPERT, S. A. **Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas**. Basic books, 2020.

YATA, C. et al. **Conceptual framework of STEM based on Japanese subject principles**. International Journal of STEM Education, v. 7, p. 1-10, 2020. Disponível em: <https://stemeducationjournal.springeropen.com/articles/10.1186/s40594-020-00205-8> Acessado em: 20 mai. 2022.

Recebido em 8 de agosto de 2023.

Aceito em 10 de outubro de 2023.